

# 相机标定精度的外部影响因素实验分析

于江<sup>1</sup> 刘意杨<sup>2</sup>

(1. 沈阳理工大学 自动化与电气工程学院 辽宁省沈阳市 110159)

(2. 中国科学院沈阳自动化研究所工业控制网络与系统研究室 辽宁省沈阳市 110016)

**摘要:** 本文对特征点与标定图片数量、棋盘格尺寸及标定板位置 3 个外部因素对相机标定精度的影响进行了相应的对比实验。实验结果表明, 标定板上的特征点数量越多, 所需的标定图片数量就越少; 棋盘格尺寸在 10 ~ 20mm 之间时, 标定误差较小; 标定板选择在 X 轴、Y 轴方向距相机中心较近且 Z 轴方向距相机中心较远的位置时, 标定结果较好。

**关键词:** 相机标定; 标定精度; 机器视觉系统; 重投影误差

相机标定是机器视觉系统中最基础的一步, 相机标定精度对视觉测量结果的准确度起着决定性作用<sup>[1]</sup>, 良好的标定精度能提高机器视觉测量系统的可靠性。相机标定一般有传统相机标定和相机自标定<sup>[2]</sup>两种方法。传统相机标定有 Karara HM<sup>[3]</sup>提出的直接线性变换法、Tsai<sup>[4]</sup>提出的两步法及张正友<sup>[5]</sup>提出的张氏标定法等。张氏标定法的靶标制作简单并且精度高, 因而被广泛使用。相机标定精度受内部因素和外部因素影响, 内部因素主要是特征点检测算法<sup>[6,7,8]</sup>, 外部因素主要有标定光照条件、标定图片数量、棋盘格尺寸、标定板平整性、特征点数量<sup>[9,10]</sup>等。如今关于相机标定内部因素及改进方法的研究有很多<sup>[11,13]</sup>, 在这些研究趋近成熟的情况下有必要对外部因素进行研究。支健辉<sup>[14]</sup>等提出需要 18~22 张标定图片及相对较小的棋盘格尺寸, 能有效提高相机标定精度, 凡芳<sup>[15]</sup>等指出标定图片数量在 12~20 张之间比较合适。陈晓燕<sup>[10]</sup>等提出标定图片数量在 20 张以上, 网格尺寸在 6~14mm 之间, 标定结果较好, 但其只用仿真方法分析, 没有进行实际的实验论证。袁铭<sup>[16]</sup>等提出特征点数量在 90 个以上, 标定图片数量在 4~10 张之间能有效提高标定精度。郑冬梅<sup>[17]</sup>等用不同尺寸的棋盘格进行标定实验, 发现并非棋盘格尺寸越小, 标定精度越高, 但实验中采用的棋盘格样本较少。

针对上述不同结果, 本文以 MATLAB 标定工具箱为基础, 对标定需要的棋盘格尺寸及特征点与图片数量再次进行研究, 并对标定板位置对标定精度的影响进行分析。

## 1 相机成像原理

相机标定目的是求解相机的内外参数, 内参数是由相机的几何模型和畸变模型决定的, 外参数则与相机所在的位置及角度有关。在相机成像模型中, 实现三维空间某物体坐标与二维图像下坐标相互转换, 需要经历 4 种坐标系变换, 坐标系如图 1 所示。世界坐标系  $O_w-X_wY_wZ_w$  是一个基准坐标系, 用于描述相机和物体的位置。相机坐标系  $O_c-X_cY_cZ_c$ ,  $O_c$  是相机模型中心点, 其  $X_c$  和  $Y_c$  轴与图像物理坐标系的  $x$  轴和  $y$  轴平行,  $Z_c$  轴与相机光轴重合。图像物理坐标系  $o-xy$ , 以透镜光轴与像平面的交点为原点, 其坐标系与相机坐标系平行。图像像素坐标系  $o_0-uv$ , 以左上角为原点,  $u$  和  $v$  分别表示图像像素的行数和列数。

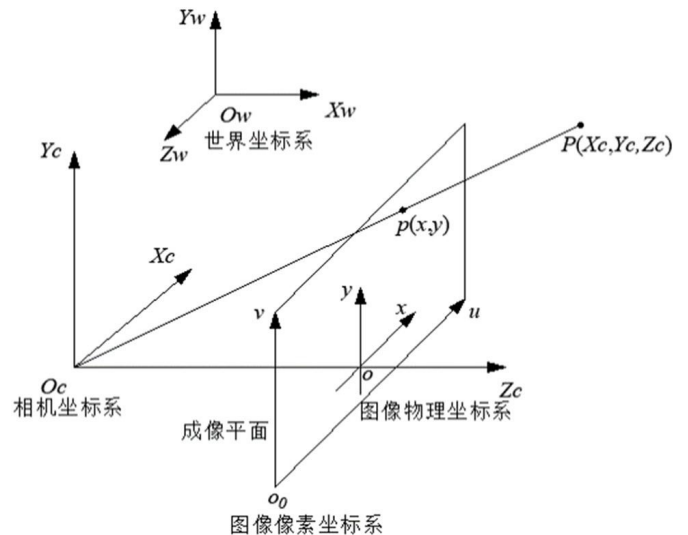


图 1: 坐标系及其变换关系

世界坐标系下任意一点  $P_w(X_w, Y_w, Z_w)$  转换到相机坐标系下对应点  $P_c(X_c, Y_c, Z_c)$ , 可以通过旋转和平移实现, 关系如下:

$$\begin{bmatrix} X_c \\ Y_c \\ Z_c \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} R & T \\ 0^T & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} X_w \\ Y_w \\ Z_w \\ 1 \end{bmatrix} \quad (1)$$

其中,  $R$  为 3\*3 的旋转矩阵,  $T$  为 1\*3 的平移向量。相机坐标系中点  $P_c(X_c, Y_c, Z_c)$  对应的图像物理坐标系点  $p(x, y)$  转换关系为:

$$Z_c \begin{bmatrix} x \\ y \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} f & 0 & 0 & 0 \\ 0 & f & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} X_c \\ Y_c \\ Z_c \\ 1 \end{bmatrix} \quad (2)$$

其中,  $f$  为相机焦距。图像物理坐标系点  $p(x, y)$  对应的图像像素坐标系点  $p(u, v)$  转换关系为:

$$\begin{bmatrix} u \\ v \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1/dx & 0 & u_0 \\ 0 & 1/dy & v_0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \\ 1 \end{bmatrix} \quad (3)$$

其中,  $(u_0, v_0)$  为图像物理坐标系点  $p(x, y)$  在图像像素坐标系  $(u, v)$  中的坐标。dx 和 dy 为每一个像素点在  $x$  轴和  $y$



图 2: 实验设备

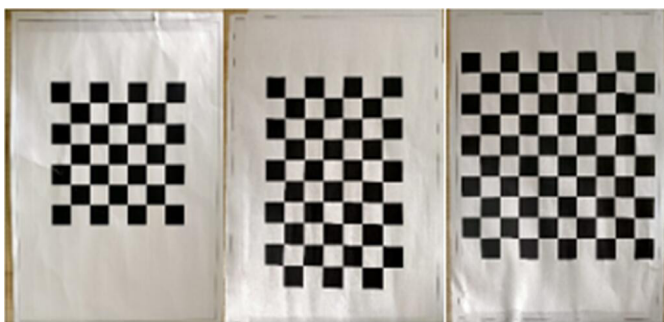


图 3: 板 1、板 2、板 3 图像

轴方向上的尺寸。由式 (1)、(2) 和 (3) 可得到任意一点从世界坐标系到图像像素坐标系的转换, 关系为:

$$Z_c \begin{bmatrix} u \\ v \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} f_x & 0 & u_0 & 0 \\ 0 & f_y & v_0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} R & T \\ 0^T & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} X_w \\ Y_w \\ Z_w \\ 1 \end{bmatrix} = M_1 M_2 X \quad (4)$$

其中,  $f_x=f/dx$ 、 $f_y=f/dy$ ,  $M_1$  为相机的内部参数, 由  $f_x$ ,  $f_y$ ,  $u_0$ ,  $v_0$  决定。 $M_2$  为相机的外部参数, 由旋转矩阵  $R$  和平移向量  $T$  决定。

## 2 影响标定精度的外部因素分析

### 2.1 特征点与标定图片数量

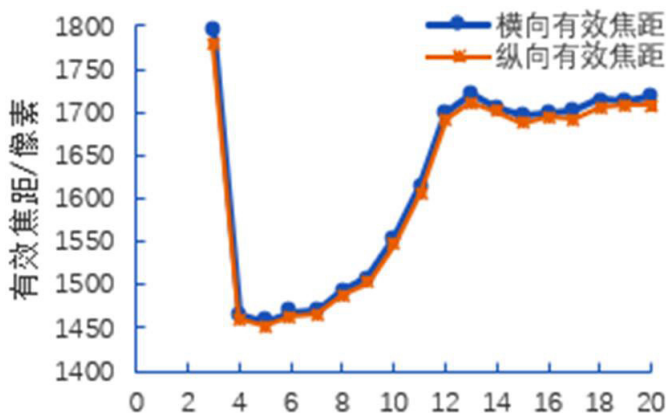
特征点可以定义为图像灰度剧烈变化的点, 图片中特征点的数量越多, 其所包含的标定信息就越多。张正友标定法至少需要两张不同角度的图片才能求解相机内参, 但图片数量不足, 获取信息较少, 会给计算相机参数带来一定误差, 而图片数量过多则会造成误差累积, 而且标定需要的图片数量还与其图片中包含特征点数量有关。以有效焦距为精度指标, 对特征点与标定图片数量这一影响因素做对比实验。

### 2.2 棋盘格尺寸

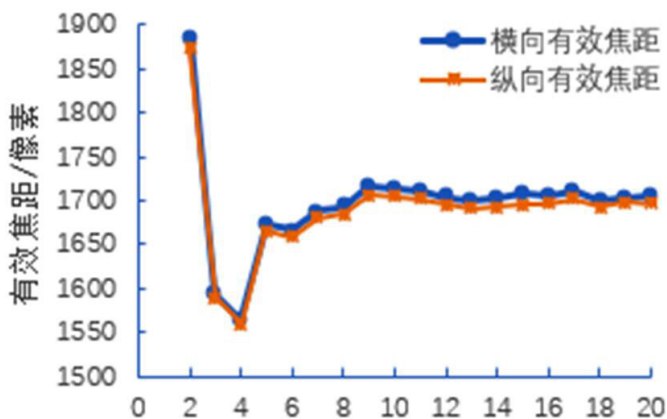
由于相机镜头存在畸变, 在选择不同尺寸的棋盘格标定板进行标定时, 镜头畸变引起的误差也不同, 从而导致相机的标定结果不同。以重投影误差为精度指标, 对棋盘格尺寸这一影响因素做对比实验。

### 2.3 标定板位置

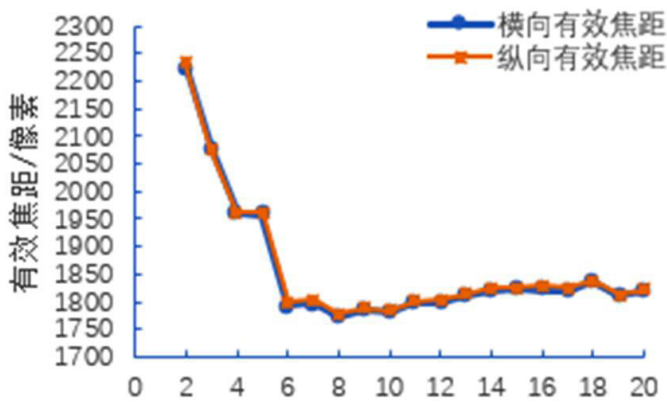
相机因受焦距和面阵的限制, 对于不同位置的标定板所



(a) 板 1 图片数量



(b) 板 2 图片数量



(c) 板 3 图片数量

图 4: 图片数量与有效焦距的关系

呈现出的清晰度是不同的, 并且由于镜头存在畸变, 不同位置的标定板因畸变所引起的测量误差也不同。以重投影误差为精度指标, 针对标定板位置这一因素进行对比实验。

## 3 实验及结果分析

文中选择的相机为大恒图像 MER2-160-227U3M/C 型号的面阵工业数字相机, 分辨率为  $1440 \times 1080$ , 像素尺寸为  $3.45 \mu\text{m} \times 3.45 \mu\text{m}$ , 镜头选择为大恒 HN-0612-2M-C1/2X 6mm

表 1: 不同棋盘格尺寸的重投影误差

尺寸/mm	1 组误差 / 像素	2 组误差 / 像素	3 组误差 / 像素	平均误差 / 像素
10×10	0.0791	0.0771	0.0778	0.0780
15×15	0.0799	0.0756	0.0771	0.0775
20×20	0.0751	0.0712	0.0705	0.0723
25×25	0.1031	0.1024	0.1050	0.1035
30×30	0.1694	0.1648	0.1974	0.1772
35×35	0.1811	0.1876	0.2034	0.1907
40×40	0.2103	0.1987	0.2213	0.2101

表 2: 标定板 X 轴方向位置范围的重投影误差

X 轴范围 /m	1 组误差 / 像素	2 组误差 / 像素	3 组误差 / 像素	平均误差 / 像素
-0.9~-0.3	0.1307	0.1479	0.1345	0.1377
-0.3~0.3	0.0998	0.1265	0.1375	0.1213
0.3~0.9	0.1366	0.1341	0.1271	0.1326

表 3: 标定板 Y 轴方向位置范围的重投影误差

Y 轴范围 /m	1 组误差 / 像素	2 组误差 / 像素	3 组误差 / 像素	平均误差 / 像素
-0.9~-0.3	0.1365	0.1243	0.1417	0.1341
-0.3~0.3	0.1101	0.1152	0.1071	0.1108
0.3~0.9	0.1314	0.1215	0.1367	0.1299

表 4: 标定板 Z 轴方向位置范围的重投影误差

Z 轴范围 /m	1 组误差 / 像素	2 组误差 / 像素	3 组误差 / 像素	平均误差 / 像素
1.0~2.0	0.2446	0.1825	0.2147	0.2139
2.0~3.0	0.1395	0.1203	0.1105	0.1234
3.0~4.0	0.1085	0.1195	0.1279	0.1186

光学镜头。将打印好的棋盘格图像平整粘在硬质纸板上，调整相机与标定板的相对位置，采集不同位置标定板图片。实验设备如图 2 所示。

### 3.1 特征点与标定图片数量对标定精度影响分析

针对不同文献中的不同结论，实验选择 3 种行列数分别为 7×7、10×7、10×10，单位网格尺寸均为 20mm×20mm 的棋盘格标定板，各板中特征点数量分别 36、54、81 个，并将其依次命名为板 1、板 2、板 3，如图 3 所示。固定相机焦距为 6mm，在采集图片时尽量使标定板充满像平面，逐渐增加图片数量，绘制误差曲线如图 4 所示。

从曲线图 4 中能够看出，在有效焦距值趋于稳定时，板 1 需要 14 张图片，共 504 个特征点；板 2 需要 9 张图片，共 486 个特征点；板 3 需要 6 张图片，共 486 个特征点。通过上述实验结果，可以发现不同的标定板使标定结果趋于收敛所需的数量不同。其根本原因是标定板中特征点的数目不同，其板中特征点越多，所需的标定图片数量就越少。

### 3.2 棋盘格尺寸对标定精度影响分析

实验采用 7 种行列数均为 10×7，单位网格尺寸分别为 10mm×10mm、15mm×15mm、20mm×20mm、25mm×25mm、30mm×30mm、35mm×35mm、40mm×40mm 的棋盘格标定板。在标定过程中固定相机焦距为 6mm，分

别将不同尺寸的棋盘格放在同一位置下进行采集，每组采集 15 张图片，为避免过程中的偶然误差，共进行 3 组实验，得到的重投影误差统计如表 1 所示。

表 1 结果显示，当棋盘格尺寸小于 20mm×20mm 时，平均重投影误差较小，随着棋盘格尺寸的增大，相应的平均误差值也随之增大。其根本原因是棋盘格尺寸增大，相机镜头畸变所引起的测量误差也增大，导致重投影误差增大。因此，棋盘格尺寸选择 10~20mm 间较为合适。

### 3.3 标定板位置对标定精度影响分析

固定相机焦距为 6mm。在保证采集图片清晰的情况下，设置标定板中心沿相机坐标系 X 轴、Y 轴、Z 轴的平移范围分别为 -0.9m~0.9m、-0.9m~0.9m、1.0m~4.0m，并将标定板位置的 X 轴、Y 轴、Z 轴方向的值作为实验变量，分别进行分析。实验选择的棋盘格标定板行列数为 10×7，单位网格尺寸为 20mm×20mm。在采集标定图片时需保证标定板相互间存在位置变化，以此避免因标定板位置相近产生的特征点检测误差，同时为突出标定板位置因素对标定结果的影响，实验将各轴标定板的平移范围划分成 3 个标定位置范围，做对比实验。

X 轴方向 3 个标定板位置范围分别为 -0.9m~-0.3m、-0.3m~-0.3m、0.3m~0.9m，对应的 Y 轴位置均为 0.1m，Z 轴位置均为 2.5m。在每个范围内每组采集 10 张标定图片，为

避免偶然误差,共采集3组图片。标定板X轴方向位置范围的重投影误差如表2所示。

Y轴方向3个标定板位置范围分别为-0.9m~-0.3m、-0.3m~0.3m、0.3m~0.9m,对应的X轴位置均为0.1m,Z轴位置均为2.5m。在每个范围内每组采集10张标定图片,共采集3组。标定板Y轴方向位置范围的重投影误差如表3所示。

Z轴方向的3个标定板位置范围分别为1.0m~2.0m、2.0m~3.0m、3.0m~4.0m,对应的X轴位置均为0.1m,Y轴位置均为0.1m。在每个范围内每组采集10张标定图片,共采集3组。标定板Z轴方向位置范围的重投影误差如表4所示。上述实验在对X轴、Y轴、Z轴的值作为变量分别进行分析时,其对应的另外两个轴的值不变,但在实际标定过程中,标定板之间的位置太相近,会造成误差累积甚至无法正常进行特征点检测,因此标定板会在另外两个轴的方向进行较小范围的位置变化。

由表2和表3的结果可知,当标定板位置在X轴和Y轴方向变化时,两侧位置的误差稍大于中间位置的误差,其原因是相机镜头畸变从中心向边缘逐渐增大;表4结果显示,当标定板位置在Z轴方向变化时,其在2.0~3.0m与3.0~4.0m间的标定结果明显好于在1.0~2.0m间的标定结果,其原因是采集图片的距离越近,镜头畸变所引起的测量误差就越大。因此,在采集标定图片时,标定板选择X轴和Y轴方向距相机中心较近,Z轴方向距相机中心较远的位置较为合适。

#### 4 结论

相机标定不仅要选择准确高效的内部算法,还要考虑影响标定精度的外部因素。文中利用张氏标定法进行标定实验,分析了特征点与标定图片数量、棋盘格尺寸及标定板位置对相机标定精度的影响。实验结果表明,不同的标定板使标定结果趋于稳定所需的图片数量不同,板中的特征点越多,所需的标定图片数量就越少;单位棋盘格尺寸在10~20mm时,其重投影误差也较小;在保证采集图片清晰的情况下,标定板选择在X轴和Y轴方向靠近相机中心且Z轴方向远离相机中心的位置,标定结果较好。

#### 参考文献

[1] 郑冬,冯鹏,龙邹荣,等.面向多因素工况下的相机标定精度综述[J].国外电子测量技术,2020,39(8):109-116.  
[2] 陈锦龙,杜江,安成,肖倩宏,宋弦.一种用于机器人避障的深度相机姿态自标定方法[J].光学与光电技术,2019,17(5).  
[3] ABDEL Y I,KARARA H M,HAUCK M. Direct linear transformation from comparator coordinates into object space coordinates in close-range photogrammetry [J]. Photogrammetric Engineering

& Remote Sensing,2015,81(2):103-107.

[4] TSAI R Y. A versatile camera calibration technique for high-accuracy 3D machine vision metrology using off-the-shelf TV cameras and lenses[J]. In IEEE Journal on Robotics & Automation,2003,3(4):323-44.  
[5] ZHANG Z Y. A flexible new technique for camera calibration [J]. IEEE Transactions on Pattern Analysis & Machine Intelligence,2000,22(11):1330-1334.  
[6] 吴一全,谢芬.基于对比度Harris的快速鲁棒图像配准算法[J].北京理工大学学报,2020,40(03):316-324.  
[7] 蔡欣展,刘艳艳.基于自适应筛选Harris角点检测的快速图像配准算法[J].半导体光电,2020,41(6):875-878.  
[8] 洪改艳,芮廷先,俞伟广,等.Harris角点检测的优化算法[J].计算机系统应用,2017,26(4):169-172.  
[9] 杨明,王海晖,陈君,等.双目标定系统精度提高的方法[J].武汉工程大学学报,2012,34(1):69-73.  
[10] 陈晓燕,董志国,轧刚,等.相机标定精度外界影响因素仿真及实验研究[J].太原理工大学学报,2016,47(1):16-20.  
[11] Hui B,Wen G,Zhang P,et al. A novel line scan camera calibration technique with an auxiliary frame camera[J]. IEEE Transactions on Instrumentation and Measurement, 2013,62(9):2567-2575.  
[12] 游迪,杨世洪,赵汝进,等.高阶径向畸变对张正友平面标定算法精度的影响[J].计算机与现代化,2016(8):118-122.  
[13] 王向周,陈冬清,郑成华,等.基于改进遗传优化算法的线阵相机标定方法[J].北京理工大学学报,2020,40(8):861-866.  
[14] 支健辉,董新民,孔星炜,等.相机标定的外界影响因素分析[J].应用光学,2014,35(2):286-291.  
[15] 凡芳,王振伟,刘双印,等.面向视觉测量的相机标定误差分析[J].实验科学与技术,2016,14(6):14-16.  
[16] 袁铭,苏显渝,刘晓青.影响摄像机标定精度的因素分析[J].光学与光电技术,2010,8(4):18-21.  
[17] 郑冬梅,宋文爱.相机标定关键设备对标定精度的影响分析[J].图学学报,2017,38(2):236-240.

#### 作者简介

于江(1998-),男,辽宁省葫芦岛市人。硕士研究生。研究方向为电子信息。  
刘意杨(1980-),男,辽宁省沈阳市人。博士,研究员。研究方向为智能控制与智能优化。